**Заняття 15.03.2011, Технічний ліцей, 10-й клас. Різні геометричні задачі.**

1. Чи існує чотирикутник, тангенси всіх внутрішніх кутів якого однакові?
2. Трикутник має площу 1. Доведіть, що довжина його середньої за довжиною сторони не менша за $\sqrt{2}$.
3. Чи існує а) обмежена; б) необмежена фігура на площині, що серед своїх осей симетрії має дві паралельні прямі, що не збігаються?
4. Нехай *O* — точка перетину діагоналей опуклого чотирикутника *ABCD*. Відомо, що площі трикутників *AOB* та *COD* однакові. Доведіть, що *ABCD* — трапеція.
5. Нехай *O* — точка перетину діагоналей опуклого чотирикутника *ABCD*. Доведіть, що якщо периметри трикутників *ABO*, *BCO*, *CDO* та *DAO* однакові, то *ABCD* — ромб.
6. Нехай *ABCD* — опуклий чотирикутник. Середини сторін *AB* та *CD* позначимо відповідно як *K* та *M*, точку перетину *AM* і *DK* — як *O*, точку перетину *BM* і *CK* — як *P*. Довести, що площа чотирикутника *MOKP* дорівнює сумі площ трикутників *AOD* та *BPC*.