**Заняття 19.03.2010, Технічний ліцей, 9-й клас. Інваріанти.**

1. У вершинах куба розставлено числа: 7 нулів і одна одиниця. За один хід можна додати по одиниці до чисел на кінцях довільного ребра куба. Чи можна добитися того, щоб усі числа стали однаковими? А чи можна зробити так, щоб усі числа ділилися на 3?
2. Є три автомати. Перший за карткою з числами *a*, *b* видає картку з числами $a+1, b+1$, другий за карткою з парними числами *a*, *b* видає картку $\frac{a}{2},\frac{b}{2}$, третій автомат приймає дві картки *a*, *b* та *b*, *c* та повертає картку *a*, *c*. Всі автомати також повертають вихідні картки. Чи можна за допомогою таких автоматів маючи картку (5, 19) отримати картку а) (2011, 1); б) (2010, 1)?
3. Дно прямокутної коробки закладено плитками 1 × 4 та 2 × 2. Плитки висипали з коробки і одна плитка 2 × 2 загубилася. Її замінили на плитку 1 × 4. Доведіть що тепер дно коробки закласти плитками не вдасться.