**Заняття 26.04.2011, Технічний ліцей, 10-й клас. Геометричні нерівності. Частина 3.**

1. Нехай *a* та *b* — довжини сторін деякого трикутника. В яких межах може змінюватися третя сторона трикутника *c*?
2. Доведіть, що якщо *a*, *b*, *c* — довжини сторін деякого трикутника, то $a^{2}+b^{2}\geq \frac{c^{2}}{2}$.
3. Нехай *a*, *b*, *c* — сторони деякого трикутника. Доведіть, що $a^{2}+b^{2}+c^{2}<2(ab+bc+ca)$. Чи справджується ця нерівність для довільної трійки додатних чисел?
4. Нехай *a*, *b*, *c* — довжини сторін трикутника; *A*, *B*, *C* — величини протилежних до відповідних сторін кутів. Доведіть, що $Aa+Bb+Cc\geq \frac{1}{2}(Ab+Ba+Ac+Ca+Bc+Cb)$.
5. Сторони трикутника дорівнюють *a*, *b*, *c*. Відомо, що $a^{3}=b^{3}+c^{3}$. Доведіть, що трикутник гострокутний.
6. Відомо, що *a*, *b* та *c* — довжини сторін трикутника. Доведіть, що $\frac{a}{b+c-a}+\frac{b}{c+a-b}+\frac{c}{a+b-c}\geq 3$.